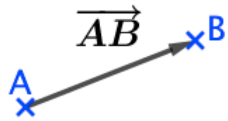
LES VECTEURS – 1^{ERE} PARTIE

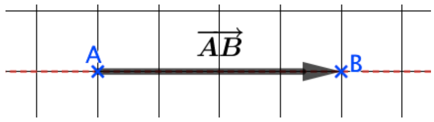
I – Définition et vocabulaire



Définition : Soit A et B deux points distincts du plan.
À la translation qui transforme A en B, on associe le vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Le point A est l'origine du vecteur. Le point B est l'extrémité du vecteur.

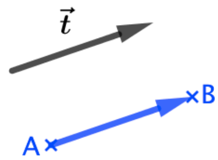
Les caractéristiques du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont :

- sa direction : la droite (AB)
- son sens : de A vers B
- sa norme : la longueur AB que l'on note $\|\overrightarrow{AB}\| = 4$

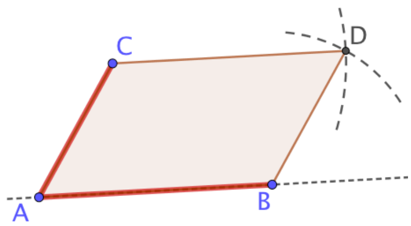


Définition : Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ces deux vecteurs possèdent la même direction, le même sens, la même norme.

Propriété : Soient un vecteur $\vec{t}$ et un point A. Il existe un <u>seul</u> point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{t}$. On dit que $\overrightarrow{AB}$ est un représentant du vecteur $\vec{t}$.



Définition : Soit un point M quelconque. La translation qui transforme M en lui-même s'appelle la translation de vecteur nul. On le note $\vec{0}$.
Pour tout point M, $\overrightarrow{MM} = \vec{0}$



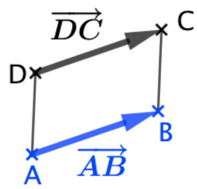
Remarque : le vecteur nul n'a pas de sens et pas de direction. Sa norme vaut 0.

Rappel : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

Propriété : Les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur.

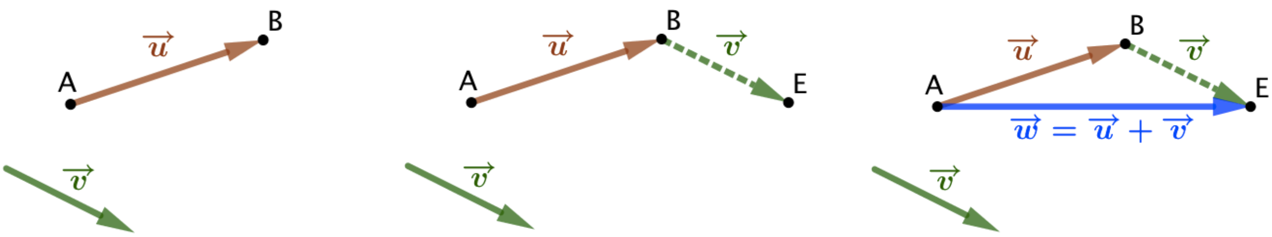
Propriété : Soient 3 points A, B, C quelconques du plan. Il existe un seul point D tel que le quadrilatère ABDC soit un parallélogramme.

Propriété : Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.



II – Somme de deux vecteurs

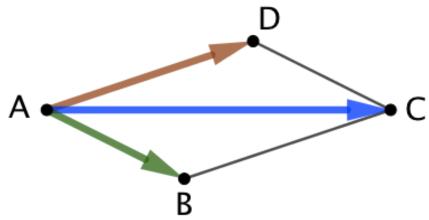
Définition : Lorsqu'on applique successivement la translation de vecteur $\vec{u}$ puis celle de vecteur $\vec{v}$ on obtient une nouvelle translation dont le vecteur est la somme de ces deux vecteurs et notée $\vec{u} + \vec{v}$.



Propriété : Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ $\quad \vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

Propriété : Pour tous points A, B et C, si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ alors $B = C$.

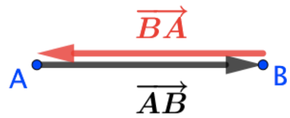
Propriété : Pour tous points A, B, C et D,
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ si et seulement si ABCD est un parallélogramme.



Propriété – la relation de Chasles : Pour tous points E, F et G,
$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EG}$

III – Différence de deux vecteurs

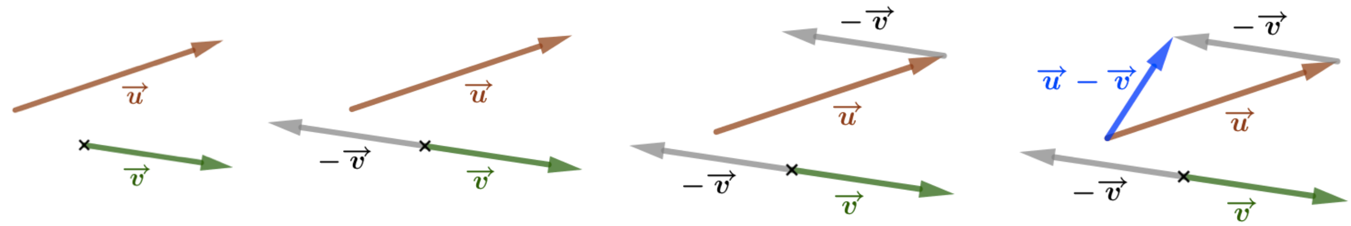
Définition : Pour tous points A et B, l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur $\overrightarrow{BA}$.
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$. On note : $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.



Plus généralement : soit un vecteur $\vec{u}$, l'opposé de $\vec{u}$, noté $-\vec{u}$, vérifie la relation : $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$.

Conséquence : 2 vecteurs opposés ont la même norme, la même direction et deux sens opposés.

Définition : Soient deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. La différence $\vec{u} - \vec{v}$ est le vecteur correspondant à la succession des translations de vecteur $\vec{u}$ et de $-\vec{v}$. Donc $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$



Propriété du milieu : Soient A et B deux points du plan. M est le milieu du segment [AB] si et seulement si $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 0$