FONCTIONS

I. DÉFINITON D'UNE FONCTION SUR UN ENSEMBLE

1) **Définition** : Définir une fonction f sur un ensemble $\mathcal{D}$ de nombres réels, c'est associer à chaque nombre x de $\mathcal{D}$ un nombre unique appelé image de x par f et noté $f(x)$.

Vocabulaire : On dit que la fonction f est définie sur $\mathcal{D}$ ou que $\mathcal{D}$ est l'ensemble de définition de f.

Notation : $f : x \to f(x)$ f est la fonction, x est la variable, $f(x)$ est l'image de x par f.

Vocabulaire : Étant donné une fonction f, les 4 expressions suivantes sont équivalentes :

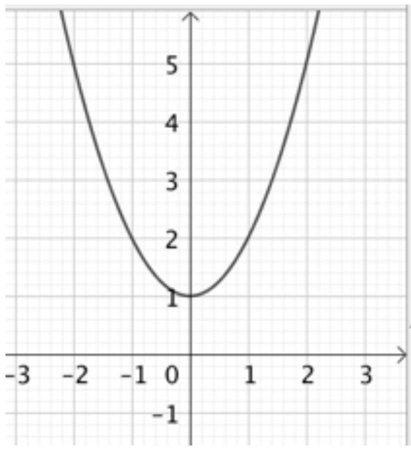
- $f(x) = y$
- x a pour image y
- x est l'antécédent de y
- y est l'image de x

2) Les modes de définition d'une fonction :

a) Par une expression algébrique : exemple : $f : x \to x^2 + 1$

b) Par un algorithme, un programme de calcul : « choisir un nombre, le multiplier par lui-même, ajouter 1 au résultat. »

c) Par une représentation graphique (définition partielle) →

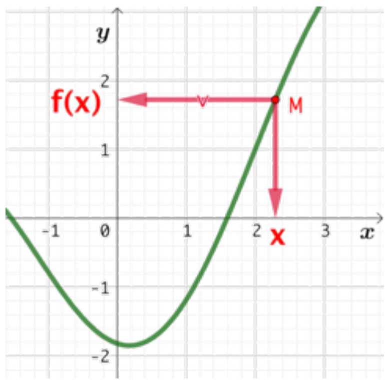


d) Par un tableau de valeurs (définition partielle) :

x	-3	-2,5	-1	0	1,3	2
f(x)	10	7,25	2	1	2,69	5

3) Courbe représentative d'une fonction :

Définition : Soit une fonction définie par son expression algébrique $f : x \to f(x)$ sur un ensemble $\mathcal{D}$. La courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé est l'ensemble des points de coordonnées $(x, f(x))$ où x prend toutes les valeurs de l'ensemble $\mathcal{D}$.



Vocabulaire : on dit que la courbe représentative de f a pour équation $y = f(x)$.

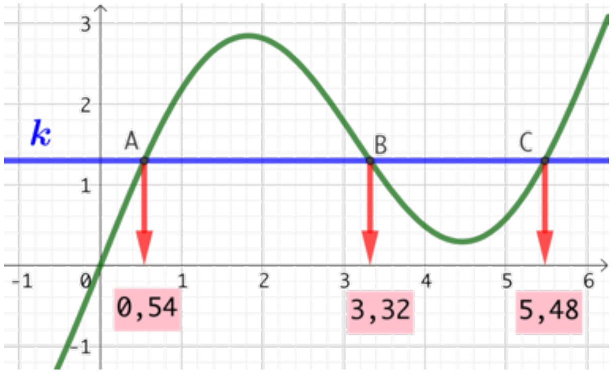
Propriété : Soit une fonction définie par son expression algébrique $f : x \to f(x)$. Un point M de coordonnées $(a; b)$ appartient à la courbe représentative de f si $b = f(a)$.

II. RECHERCHE D'ANTÉCEDENT(S) D'UN RÉEL PAR UNE FONCTION

1) Méthode n°1 : Résolution algébrique de $f(x) = k$

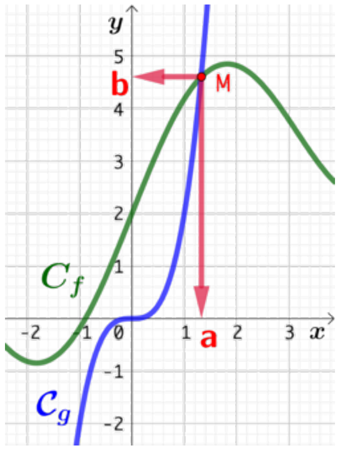
Soit une fonction définie par son expression algébrique $f : x \to f(x)$ sur un ensemble $\mathcal{D}$ et un réel k. Chercher le ou les antécédents de k par f c'est trouver le ou les valeurs x de $\mathcal{D}$ telles que $f(x) = k$. Cela équivaut à résoudre par le calcul l'équation $f(x) = k$. Attention : si l'expression est compliquée la résolution par le calcul peut être trop difficile.

2) Méthode n°2 : Résolution graphique de $f(x) = k$.



Soit une fonction définie par son représentation graphique sur un ensemble $\mathcal{D}$ et un réel k. Chercher le ou les antécédents de k par f c'est résoudre graphiquement l'équation $f(x) = k$. Pour cela on trace la droite formée de tous les points d'ordonnées k. Puis on cherche les points d'intersection de cette droite avec la courbe représentative de f. Les abscisses de ces points sont les solutions recherchées. Attention : on obtient souvent des valeurs approchées.

III. RÉSOLUTION GRAPHIQUE DE L'ÉQUATION $\boldsymbol{f(x) = g(x)}$

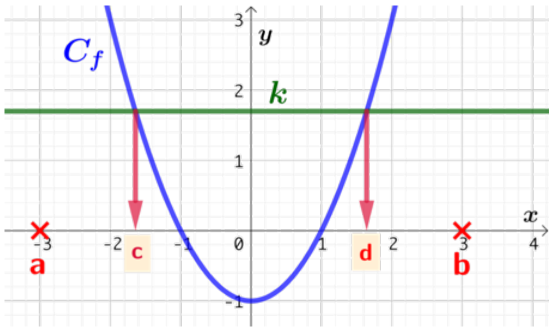


Soient deux fonctions f et g définies un ensemble $\mathcal{D}$ dont les courbes représentatives sont $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ consiste à trouver les points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$. Deux cas possibles :

- $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ n'ont pas de points d'intersection, alors l'équation $f(x) = g(x)$ n'a pas de solution.
- $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ ont des points d'intersection, les solutions de $f(x) = g(x)$ sont les abscisses de ces points.

IV. RÉSOLUTION GRAPHIQUE D'INÉQUATIONS

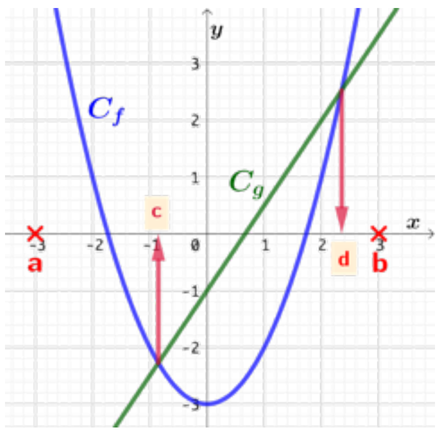
1) Résolution de l'inéquation $\boldsymbol{f(x) < k}$:



Définition : Soit la fonction f définie sur $[a\,;b]$ dont la courbe représentative est $\mathcal{C}_f$ et k un réel donné. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < k$ sur $[a\,;b]$ c'est trouver les abscisses de tous les points de $\mathcal{C}_f$ dont l'ordonnée est strictement inférieure à k.

2) Résolution de l'inéquation $\boldsymbol{f(x) \geq k}$:

Définition : Soit la fonction f définie sur $[a\,;b]$ dont la courbe représentative est $\mathcal{C}_f$ et k un réel donné. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq k$ sur $[a\,;b]$ c'est trouver les abscisses de tous les points de $\mathcal{C}_f$ dont l'ordonnée est supérieure ou égale à k.



3) Résolution de l'inéquation $\boldsymbol{f(x) < g(x)}$:

Définition : Soient les fonctions f et g définies sur $[a\,;b]$ dont les courbes représentatives sont $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$ sur $[a\,;b]$ c'est trouver les abscisses de tous les points de $\mathcal{C}_f$ dont les ordonnées sont strictement inférieures à celles des points de $\mathcal{C}_g$ possédant la même abscisse.