FONCTIONS AFFINES

I – DÉFINITIONS ET VOCABULAIRES

Définition : Soient p et r deux réels donnés. La fonction $f : x \to px + r$ s'appelle une fonction affine.

Dans la suite du cours, on considère une fonction affine définie par $f : x \to px + r$, où p et r sont deux réels donnés.

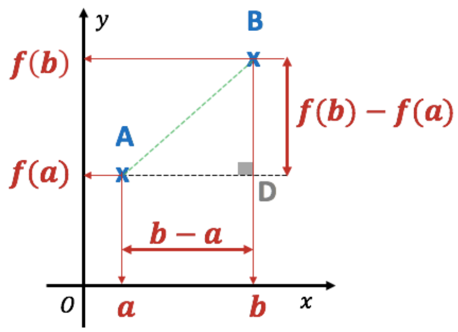
Propriétés :

- Une fonction affine est définie sur $\mathbb{R}$.
- La courbe représentative d'une fonction affine est une droite.
- f est croissante si et seulement si $p > 0$.
- f est décroissante si et seulement si $p < 0$.
- f est constante si et seulement si $p = 0$.

Propriété : Quels que soient les réels a et b, le quotient

$\dfrac{f(a) - f(b)}{a - b}$ est constant et égal à p

Ce quotient est le taux d'accroissement ou la pente de f.



Remarque : Quand on se déplace d'une unité vers la droite, on monte ou on descend de p unités.

II – FONCTION LINÉAIRE

Définition : Une fonction linéaire est une fonction affine dont la définition algébrique est de la forme $f : x \to px$, avec $p \in \mathbb{R}$.

Propriétés :

- La courbe représentative d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.
- Une fonction linéaire traduit toujours une situation de proportionnalité.

III - SIGNE D'UNE FONCTION AFFINE

Étudier le signe d'une fonction affine, c'est étudier le signe d'une expression algébrique du 1^er^ degré.

$\boldsymbol{p > 0} \rightarrow$

x	$-\infty$		$-\frac{r}{p}$		$+\infty$
Signe de $px + r$		$-$	0	$+$	

$\boldsymbol{p < 0} \rightarrow$

x	$-\infty$		$-\frac{r}{p}$		$+\infty$
Signe de $px + r$		$+$	0	$-$	

$\boldsymbol{p = 0} \rightarrow$ La fonction est du signe de r.

IV - SIGNE DU PRODUIT D'EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES DU 1ER DEGRÉ

Soient 4 réels $a,\ b,\ c,\ d$. On veut étudier le signe de l'expression algébrique $(ax+b)(cx+d)$

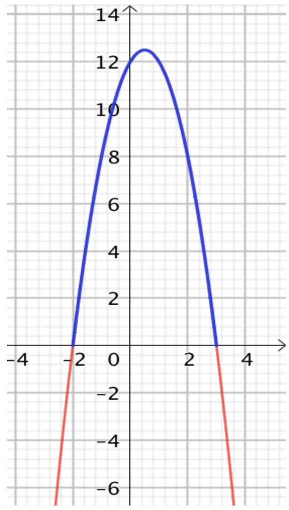
Méthode :

1. On étudie le signe de l'expression $ax\ +\ b$
2. On étudie le signe de l'expression $cx\ +\ d$
3. On rassemble toutes les résultats obtenus dans un même tableau
4. Le signe du produit $(ax+b)(cx+d)$ s'obtient à l'aide de la règle des signes.

Exemple : Signe de $(2x+4)(3-x)$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
Signe de $2x+4$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Signe de $3-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
Signe de $(2x+4)(3-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$(2x+4)(3-x) \geq 0 \iff x \in [-2;3]$$
$$(2x+4)(3-x) \leq 0 \iff x \in]-\infty;-2] \cup [3;+\infty[$$



V - SIGNE DU QUOTIENT D'EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES DU 1ER DEGRÉ

Soient 4 réels $a,\ b,\ c,\ d$. On veut étudier le signe de l'expression algébrique $\frac{ax+b}{cx+d}$

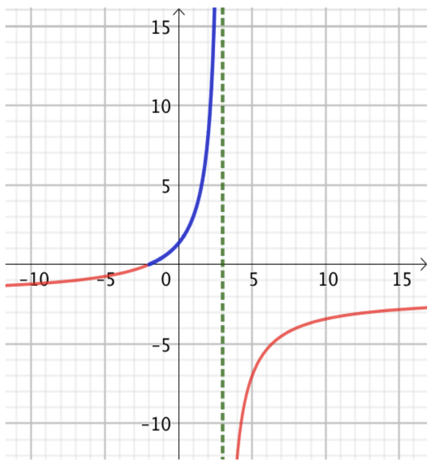
Méthode :

1. Même méthode que pour le signe d'un produit.
2. On place une double barre en dessous de la valeur de x qui annule le dénominateur $cx+d$.

Exemple : Résoudre l'inéquation :

$$\frac{2x+4}{3-x} \geq 0$$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
Signe de $2x+4$		$-$	0	$+$	||	$+$	
Signe de $3-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
Signe de $\frac{2x+4}{3-x}$		$-$	0	$+$	||	$-$	



Les solutions de cette inéquation sont $[-2;3[$.